

MINISTRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES  
Office du Baccalauréat du Cameroun

EXAMEN : BACCALAUREAT . SESSION : 2018  
SERIE : D - TI. EPREUVE : MATHÉMATIQUES  
DUREE : 4 HEURES. COEFFICIENT : 4

**Exercice 1**

**/4 points**

1) On considère  $a$  et  $b$  deux réels, avec  $a$  non nul.

Démontrer que les fonctions de la forme  $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ , où  $C$  est un réel, sont des solutions de l'équation différentielle :  $y' = ay + b$  (E). (on admettra par la suite que ce sont les seules). 1 pt

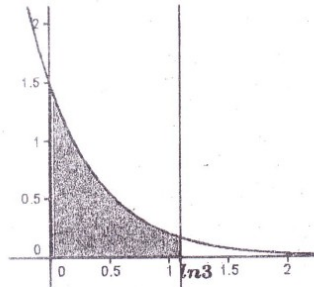
2) Pour chacune des trois affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

a) **Affirmation 1** : si une fonction  $f$  définie sur l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est solution de l'équation différentielle  $y' + 3y = 6$ , alors la courbe représentant  $f$  admet une asymptote horizontale en  $+\infty$ . 1 pt

b) **Affirmation 2** : si une fonction  $f$  définie sur l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est solution de l'équation  $y' = y$  alors pour tous réels  $\alpha$  et  $\beta$ ,  $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) \times f(\beta)$ . 1 pt

c) **Affirmation 3** : La courbe d'une fonction solution de l'équation différentielle  $y' = -2y$  coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée  $\frac{3}{2}$ .  
(voir figure ci-contre) ;

L'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe et les droites d'équations respectives  $x = 0$  et  $x = \ln(3)$ , est  $\frac{2}{3}$ .



1 pt

**Exercice 2**

**/5 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O ; \vec{OI} ; \vec{OJ})$ .

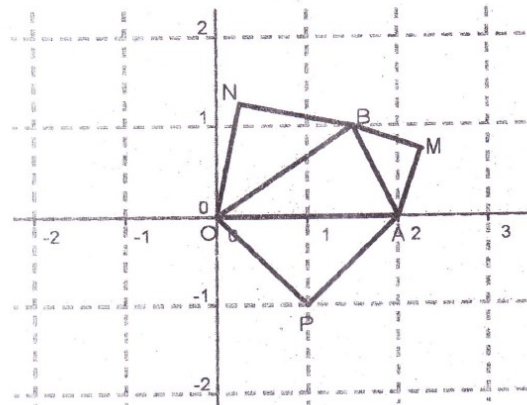
On considère les points A et B d'affixes respectives  $z_A = 2$  et  $z_B = \frac{3}{2} + i$ .

On considère les points M, N et P tels que les triangles AMB, BNO et OPA soient des triangles rectangles isocèles de sens direct comme le montre la figure ci-contre .

On note  $s_1$  la similitude directe de centre A qui transforme M en B.

On note  $s_2$  la similitude directe de centre O qui transforme B en N.

Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (OM) et (PN) sont perpendiculaires.



- 1) Donner l'angle et le rapport de  $s_1$  et de  $s_2$ . 2pts
- 2)a) En utilisant les résultats de la question 1, donner les écritures complexes de  $s_1$  et  $s_2$ . 1pt
- b) En déduire les affixes  $z_M$  et  $z_N$  des points M et N. 1pt
- c) Donner, par lecture graphique, l'affixe  $z_P$  du point P, puis démontrer que les droites (OM) et (PN) sont perpendiculaires. 1 pt

**PROBLÈME**

**/ 11 points**

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$ .  
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

**A. Étude de la fonction  $f$  et construction de la courbe (C).**

- 1) Étudier la limite de la fonction  $f$  en  $-\infty$  puis en  $+\infty$  (on pourra écrire  $xe^{x-1} = \frac{1}{e}xe^x$ ). 0,5pt
- 2) Démontrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 2x + 1$  est asymptote à la courbe (C) en  $-\infty$  et préciser la position de la courbe (C) par rapport à la droite  $\Delta$ . 0,75 pt
- 3) a). Calculer la dérivée  $f'$  et la dérivée seconde  $f''$  de la fonction  $f$ . 0,5pt  
b). Dresser le tableau de variation de la fonction  $f'$  en précisant les limites de la fonction  $f'$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ . 0,75 pt  
c). Calculer  $f'(1)$  et en déduire le signe de  $f'$  pour tout réel  $x$ . 0,75 pt  
d). Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ . 0,75 pt
- 4). Soit I l'intervalle  $[1,9 ; 2]$ . Démontrer que, sur I, l'équation  $f(x) = 0$  a une solution unique  $\alpha$ . 0,75 pt
- 5). Tracer la droite  $\Delta$  et la courbe (C) (unité graphique : 2 cm). 1 pt

**B. Recherche d'une approximation de  $\alpha$ .**

On considère la fonction  $g$  définie sur l'intervalle I par :  $g(x) = 1 + \ln(2 + \frac{1}{x})$ .

- 1). Démontrer que, sur I, l'équation  $f(x) = 0$  équivaut à l'équation  $g(x) = x$ . 0,5 pt
- 2). Étudier le sens de variation de la fonction  $g$  sur I et démontrer que, pour tout  $x$  appartenant à I,  $g(x)$  appartient à I. 1,5 pt
- 3). Démontrer que, pour tout  $x$  de l'intervalle I,  $|g'(x)| \leq \frac{1}{9}$ . 0,75 pt
- 4). Soit  $(u_n)$  la suite de nombres réels définie par :  $u_0 = 2$  et, pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = g(u_n)$ .  
On déduit de la question B 2) que tous les termes de cette suite appartiennent à l'intervalle I. On ne demande pas de le démontrer.
- a). Démontrer que, pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{9} |u_n - \alpha|$ . 0,75pt
- b). En déduire, en raisonnant par récurrence, que : pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  
 $|u_n - \alpha| \leq (\frac{1}{9})^n \times \frac{1}{10}$ . 1pt
- c). En déduire que la suite  $(u_n)$  converge et préciser sa limite. 0,75 pt