

MINESEC
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : **2005**
 Série : D
 Épreuve : Mathématiques
 Durée : 4 heures
 Coefficient : 4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages numérotées de 1 à 2. Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème.

Exercice 1 : 4 points

On considère les intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx$.

1. Calculer $I + J$. 1pt

2. Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{1}{4} e^{2x} (\cos 2x + \sin 2x)$$

a) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$. 1pt

b) En déduire $I - J$. 1pt

3. Calculer I et J . 1pt

Exercice 2: 5 points

Soit le plan P rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On considère la transformation t de P dans P qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que : $z' = z + 1 + i\sqrt{3}$.

1. a) Déterminer x' et y' en fonction de x et y . 0,5pt

b) Déterminer la nature et l'élément caractéristique de la transformation t . 0,75pt

2. Soit la transformation r , qui au point M d'affixe z associe le point M_1 d'affixe z_1 tel que :

$$z_1 = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z.$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation r . 1pt

3. Soit la transformation $s = rot$ qui, au point $M(x, y)$ d'affixe z , associe le point $M_2(x_2, y_2)$ d'affixe z_2 .

a) Exprimer z_2 en fonction de z . 1pt

b) Déterminer les coordonnées de l'image C' du point $C(1; -\sqrt{3})$ par s . 0,5pt

4. Soit la droite (D) dont une équation est : $x + y\sqrt{3} + 2 = 0$.

a) Montrer que le point C appartient à (D) . 0,5pt

b) Soit (D') l'image de (D) par s .
 Déterminer le point d'intersection de (D) et (D') . 0,75pt

Problème :11 points

Le problème comporte deux parties A et B indépendantes. Le candidat devra traiter les deux parties.

Partie A

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = x + \frac{2}{x}$.

1/2

1. Montrer que f est une fonction impaire et étudier ses variations sur \mathbb{R}^* . 1pt
2. Soit C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.
 - a) Déterminer les branches infinies de la courbe C_f de f . 0,5pt
 - b) Étudier les variations de f . 0,5pt
 - c) Tracer la courbe C_f . 0,5pt
3. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.
 - a) Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R} - \{1\}$: $g(x) = f(x - 1) + 2$. 0,5pt
 - b) En déduire que le point I de coordonnées $(1 ; 2)$ est centre de symétrie de la courbe C_g représentative de g . 0,5pt
3. Sans étudier la fonction g , Construire C_g dans le même repère. On précisera les asymptotes de la courbe C_g . 1pt
4. Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe C_g , les droites d'équations respectives $x = 2$; $x = a$ et $y = x + 1$ où a est un réel supérieur à 2. 1pt

Partie B

Soit h la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \frac{2e^x + 2x - 2}{e^x}$.

On désigne par (Γ) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé. (Unités sur les axes : 2 cm).

1. a) Montrer que l'on peut écrire $h(x)$ sous la forme $2 + \varphi(x)$ où φ est une fonction que l'on déterminera. 0,5pt
 - b) Montrer que la limite de $\varphi(x)$ quand x tend vers $+\infty$ est égale à 0. 0,5pt
 - c) Étudier les variations de h et calculer $h(0)$. 1pt
2. a) Montrer que la courbe (Γ) coupe son asymptote en un point I dont on déterminera les coordonnées. 0,5pt
 - b) Écrire une équation de la tangente (T) à (Γ) au point d'abscisse 0. 0,5pt
 - c) Tracer la courbe (Γ) . 1pt
3. Soit (D_m) la droite d'équation $y = -m$, m étant un réel.
 - a) Tracer (D_1) et (D_{-2}) . 0,5pt
 - b) Discuter suivant les valeurs de m le nombre et le signe des solutions de l'équation $E_m : (2 + m)e^x + 2x - 2 = 0$. 1pt