

Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : BT IND **SESSION : 2010**
Spécialités : MA, MF/CM, MEB, IB, EF, MEM
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h
Coefficient : 3

EXERCICE 1 : **(4,5 points)**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1- a) Calculer $(1 + \sqrt{3})^2$. 0,5pt
 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + (1 + \sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$. 1pt
- 2- On pose $a = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}(1 - i)$ et $b = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}(1 + i)$. A et B sont les points d'affixes respectives a et b.
 a) Ecrire a et b sous la forme trigonométrique. 1pt
 b) Quelle est la nature du triangle OAB ? 0,5pt
- 3- On désigne par C le point d'affixe 1.
 a) Ecrire le complexe $\frac{1 - a}{b - a}$ sous la forme trigonométrique. 1pt
 b) Déduire la nature du triangle ABC. 0,5pt

EXERCICE 2 : **(5,5 points)**

- 1- a) Développer et réduire l'expression : $(x - 1)(x + 2)(x - 5)$. 0,5pt
 b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : 1pt

$$e^{3x} - 4e^{2x} - 7e^x + 10 = 0.$$
- 2- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 148 \\ \ln x + \ln y = \ln 24 \end{cases}$ 1,5pt
- 3- Soit la suite (U_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$$U_n = \int_{n,n}^{\ln(n+1)} e^{2x} dx$$

 a) Calculer U_n en fonction de n. 1,5pt
 b) Montrer que la suite (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison. 1pt

PROBLEME : **(10 points)**

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$. C_f est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$. On prendra 2cm comme unité sur les axes.

- 1- Déterminer le domaine de définition Df de f . 0,5pt
- 2- a) Vérifier que f est impaire. 0,5pt
 b) Montrer que $f'(x) = 2\left(\frac{1 - \ln x}{x^2}\right) \quad \forall x \in \mathbb{R}_+^*$. 0,5pt
 c) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}_+^*$. 1,5pt
 d) Calculer les abscisses des points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe $(O, \vec{i})$. 1pt
 e) Ecrire l'équation de la tangente en $x_0 = 1$. 0,5pt
- 3- Construire la courbe (C_f) dans $\mathbb{R}_+^*$, puis la déduire dans $\mathbb{R}$. 1,5pt
- 4- Etudier graphiquement, suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation : $2 \ln x - mx - x = 0$. 1pt
- 5- Dans la suite, on suppose $x > 0$.
 a) Trouver la dérivée de la fonction F définie par $F(x) = (\ln x)^2$. 0,5pt
 b) Calculer l'aire A du domaine plan des points $M(x, y)$ tels que :

$$\begin{cases} -e \leq x \leq -1 \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 1 \leq x \leq e \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$
 1pt
 c) Soit t un réel strictement positif compris entre 0 et 1.
 Calculer l'aire B du domaine plan limité par (C_f) , les droites d'équations $y = 0$, $x = t$, et $x = 1$. 1pt
 d) Trouver t pour que $B = A$. 0,5pt